



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

ROZPAD VÍRU

VORTEX BREAKDOWN

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

FILIP LUNDA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ONDŘEJ URBAN

BRNO 2019

Zadání bakalářské práce

Ústav: Energetický ústav
Student: **Filip Lunda**
Studijní program: Strojírenství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Ondřej Urban**
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Rozpad víru

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Rozpad víru (v angličtině vortex breakdown) je jev z oblasti proudění kapalin, který se objevuje i v technické praxi. Existují dvě podoby – spirální a bublinkový rozpad. Poprvé byl pozorován u delta křídla letadel, v oblasti hydraulických strojů se formuje v savce Francisovy turbíny při provozu mimo optimální bod (tzv. vírový cop). Dalším příkladem výskytu jsou vířivé hořáky. Jeho efekty jsou často nežádoucí a snažíme se je potlačit. Příčina vzniku rozpadu víru zatím nebyla uspokojivě vysvětlena, existuje pro ni několik teorií.

Cíle bakalářské práce:

- rešerše dosavadních poznatků o tomto jevu a možností jeho potlačení nebo pozitivního využití
- zhodnocení získaných informací, případně návrhy jejich využití v oblasti potlačení vírového copu v savce Francisovy turbíny

Seznam doporučené literatury:

ESCUDIER, Marcel. Vortex breakdown: Observations and explanations. Progress in Aerospace Sciences. 1988, 25(2), 189-229. DOI: 10.1016/0376-0421(88)90007-3. ISSN 03760421.

LUCCA-NEGRO, Oona a Tim O'DOHERTY. Vortex breakdown: a review. Progress in Energy and Combustion Science. 2001, 27(4), 431-481. DOI: 10.1016/S0360-1285(00)00022-8. ISSN 03601285.

PASCHE, Simon, François GALLAIRE a François AVELLAN. Predictive control of spiral vortex breakdown. Journal of Fluid Mechanics. 2018, 842, 58-86. DOI: 10.1017/jfm.2018.124. ISSN 0022-1120.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

.....

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.

ředitel ústavu

.....

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.

děkan fakulty

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá jevem rozpadu víru. V první části se zaměřuje na samotný popis typů rozpadu víru a jejich základní charakteristiku. V další části jev teoreticky vysvětluje. Následuje výčet experimentálních zařízení používaných k pozorování rozpadu. Poslední kapitola obsahuje informace o řízení tohoto fenoménu.

Klíčová slova

Rozpad víru, bublinkový rozpad víru, spirální rozpad víru, vírový cop, řízení rozpadu víru.

Abstract

The bachelor thesis deals with the vortex breakdown phenomenon. The first part focuses on a description of the vortex breakdown and its own characteristics. The next part deals with the theoretical description. After that, an enumeration of experimental devices used for observation of vortex breakdown follows. The last chapter contains information about control of this phenomenon.

Key Words

Vortex breakdown, bubble vortex breakdown, spiral vortex breakdown, vortex rope, control of vortex breakdown

Bibliografická citace

LUNDA, Filip. *Rozpad víru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2019. 41 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Ondřej Urban.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci s názvem Rozpad víru vypracoval samostatně pod vedením Ing. Ondřeje Urbana s využitím svých znalostí a uvedených zdrojů.

V Brně dne 22.05.2019

Filip Lunda

Poděkování

Děkuji Ing. Ondřeji Urbanovi za cenné připomínky a rady, které mi poskytl při vypracování této bakalářské práce.

Obsah

Úvod	10
1 Fenomén rozpadu víru	11
1.1 Typy rozpadu víru a jejich základní charakteristika	11
1.2 Bublínkový rozpad víru	13
1.3 Spirální rozpad	15
1.4 Vírový cop	15
2 Teoretický popis rozpadu víru	19
2.1 Koncept kritického stavu	19
2.2 Analogie k separaci mezní vrstvy	20
2.3 Teorie nestability proudění	20
3 Experimentální popis	22
3.1 Evoluční schéma	25
3.2 Tlakový gradient	26
3.3 Měření rozpadu	26
4 Numerický popis	27
5 Řízení rozpadu víru	28
5.1 Ovlivnění přidáním víru v blízkosti osy rozpadu	28
5.2 Ovlivnění pomocí teplotního gradientu	29
5.3 Kontrola rozpadu víru u delta křídel	31
5.4 Řízení vírového copu ve Francisově turbíně	32
5.5 Kontrola rozpadu víru ve vířivém hořáku	33
Závěr	34
Seznam použitých zdrojů	35
Seznam symbolů	41

Úvod

Rozpad víru je zajímavým a prakticky důležitým fenoménem vyskytujícím se v mnoha případech vířivého proudění. Základním prvkem je jádro víru, které je dlouhé a úzké. Při určitých podmínkách se jádro změní v recirkulující bublinu nebo recirkulující spirálu. Tato transformace se nazývá rozpad víru.

Rozpad víru byl poprvé pozorován v 60. letech 20. století u proudění nad křídly delta. Zde způsobuje ztrátu vztlaku působící na křídlo. Dále vzniká v savce Francisovy turbíny, kde způsobuje talkové pulzace, které mají za následek ztrátu výkonu turbíny, hluk a značné zatížení součástí turbíny. Naopak je pozitivně využíván ve vířivých hořácích k ustálení plamene.

Přes značné úsilí, které bylo vynaložené v teoretickém popisu tohoto jevu za posledních 60 let, nebyl rozpad víru uspokojivě vysvětlen. Existuje několik teorií, které se pokoušejí o jeho popsání, avšak žádná z nich není všeobecně přijata.

V této práci budu popisovat samotný jev rozpadu víru. V první části vysvětlím samotný fenomén, jímž rozpad víru je a jeho typy. Dále uvedu tři základní teorie, které se snaží tento jev vysvětlit. Následuje experimentální popis rozpadu, jenž se bude zaměřovat především na aparatury, kterými byl rozpad víru pozorován. Předposlední kapitola ve zkratce uvede numerický popis. Závěrečná kapitola se zaměří na řízení rozpadu a typy těchto kontrol.

1 Fenomén rozpadu víru

Fenomén rozpadu víru byl poprvé pozorován v roce 1957 Peckhamem a Atkinsonem [40], kteří zaznamenali jeho vznik na delta křídlech letadla. Tento objev zahájil mnoho výzkumů, které se pokoušely jev popsat a vysvětlit jeho působení.

1.1 Typy rozpadu víru a jejich základní charakteristika

Celkem bylo experimentálně objeveno sedm módů rozpadu víru. Bylo zjištěno, že mód rozpadu je závislý na Reynoldsově a vírovém čísle. Podle těchto dvou veličin, při kterých dochází ke změnám typů rozpadu, pozorujeme následující módy.

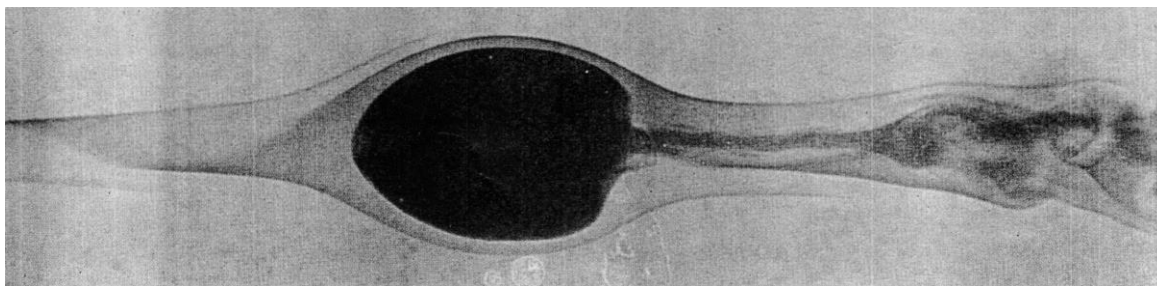
K nejdůležitějším patří bublinkový (typ 0) a spirální (typ 2) [14]. U pokusů na křídlech delta vznikají pouze tyto dva výše uvedené rozpady [10]. Jsou nejčastěji pozorované a vznikají při vyšších hodnotách Reynoldsova čísla.

Typy 1, 3 až 6 pozorujeme pouze při nízkých Reynoldsových číslech a při některých experimentech se neobjevují vůbec [28].

Dále se pokusím popsat jednotlivé typové charakteristiky a zaměřit se na rozdíly mezi nimi. Módy nejsou seřazeny vzestupně podle jejich čísel, ale podle jejich podobností a návazností. Některé z nich mají pouze číselné označení, u některých z nich se v praxi používá slovní název.

Typ 0 (bublinkový mód)

Charakteristikou typu 0 je bod stagnace na ose víru, za nímž se objevuje jeho jádro. Díky tomu vzniká obal bubliny z recirkulující kapaliny. Obal je po většinu délky osově souměrný, avšak zadní část bubliny není uzavřená. Na konci bubliny můžeme vidět ohon víru. Tento typ se také nazývá axisymetrický, více bude rozebírán v kapitole 1.2 [45,46].



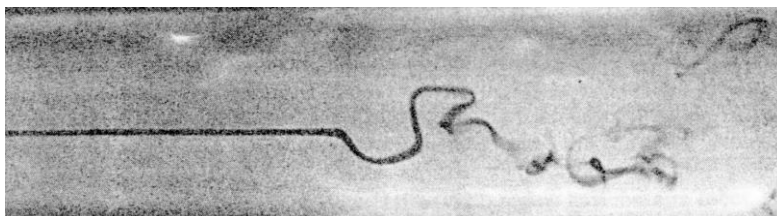
Obr.1: Bublinkový rozpad víru [45]

Typ 1

Typ 1 se liší od typu 0 jen tím, že nemá zřetelný ohon, hladký obal a zřetelně viditelný proud. Je také ve srovnání s bublinkovým módem mírně asymetrický. Pokud experiment vykonáváme při konstantních podmínkách, typ 1 se často změní v typ 0 [14].

Typ 2 (spirální mód)

Tento typ rozpadu patří mezi nejčastější. Je charakterizován rychlým zpomalením jádra víru a jeho následným ohybem mimo osu. Vznikne spirální vír na jednu až dvě otáčky, který se následně rozpadne na turbulentní proudění [14].



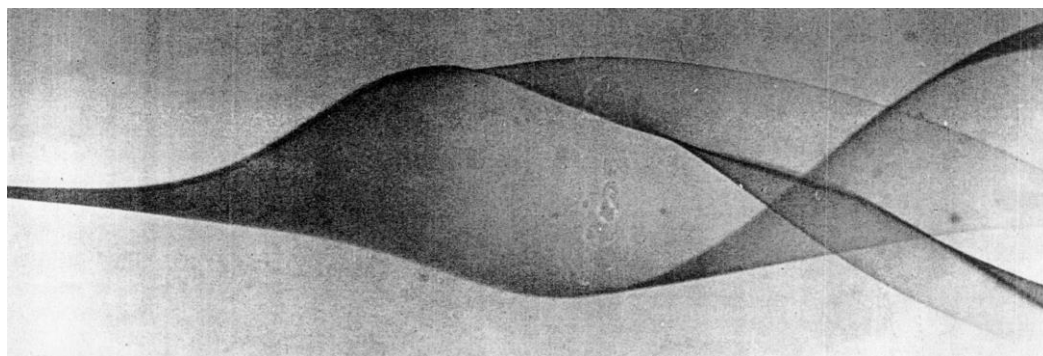
Obr. 2: Spirální rozpad víru [27]

Typ 6

U tohoto typu se vírové vlákno nejprve pozvolna odchyluje od osy. Teprve při značné vzdálenosti od ní přechází do spirálního tvaru daného základním proudem. Poloměr spirály se postupně zvětšuje, až po dosažení těsné blízkosti stěny dochází ke zřetelným oscilacím, které vedou k rozpadu vírového vlákna [14].

Typ 5 (Mód dvoušroubovice)

Typ 5 vzniká nejčastěji přímo z typu 6, a to tak, že s postupem času se vírové vlákno deformuje do tvaru mírně zakřivené trojúhelníkové plochy. Následně obě poloviny této plochy začnou kolem sebe rotovat (se stejným smyslem rotace), přičemž expandují až do chvíle, kdy dosáhnou stěn potrubí [14].



Obr. 3: Mód dvoušroubovice [45]

Typ 4

Tato forma vzniká obvykle z typu 6 tak, že deformované vírové vlákno se ohne zpět a ve tvaru úzké spirály pokračuje směrem k místu prvotního odchýlení od osy, čili dochází k recirkulaci.

Tímto způsobem vznikne bublina, ze které nakonec po určité době začne kapalina vytékat dále ve směru základního proudu. Bublina je téměř třikrát tak široká, jak je dlouhá [14].

Typ 3

Mód 3 má vlastnosti typu 2 a typu 4. Začátek je stejný jako u typu 2, tedy dojde k náhlému zpomalení vírového vlákna, následnému ohybu a vytvoření smyčky, navíc u typu 3 zároveň dochází ke smyčkové deformaci, která proud rozptyluje po povrchu recirkulační bubliny [14].

Tolik ve zkratce vysvětlení všech 7 typů rozpadu vírů. Dále se podrobněji zaměřím na typy 0 a 2, které se nejvíce objevují v praxi a na popis evolučního schématu zahrnujícího informace k výskytu typů rozpadu víru při změnách Reynoldsova a vírového čísla. Neméně důležité jsou informace o závislosti rozpadu víru na tlakovém gradientu.

1.2 Bublínkový rozpad víru

Jak již bylo zmíněno, u tohoto typu vzniká bublina, která má značnou osovou symetrii po délce až na zadní část bubliny, ta je asymetrická [14]. Zadní část bubliny je zároveň vyprazdňována a plněna. Tento proces naplňování a vyprazdňování může probíhat dvěma způsoby.

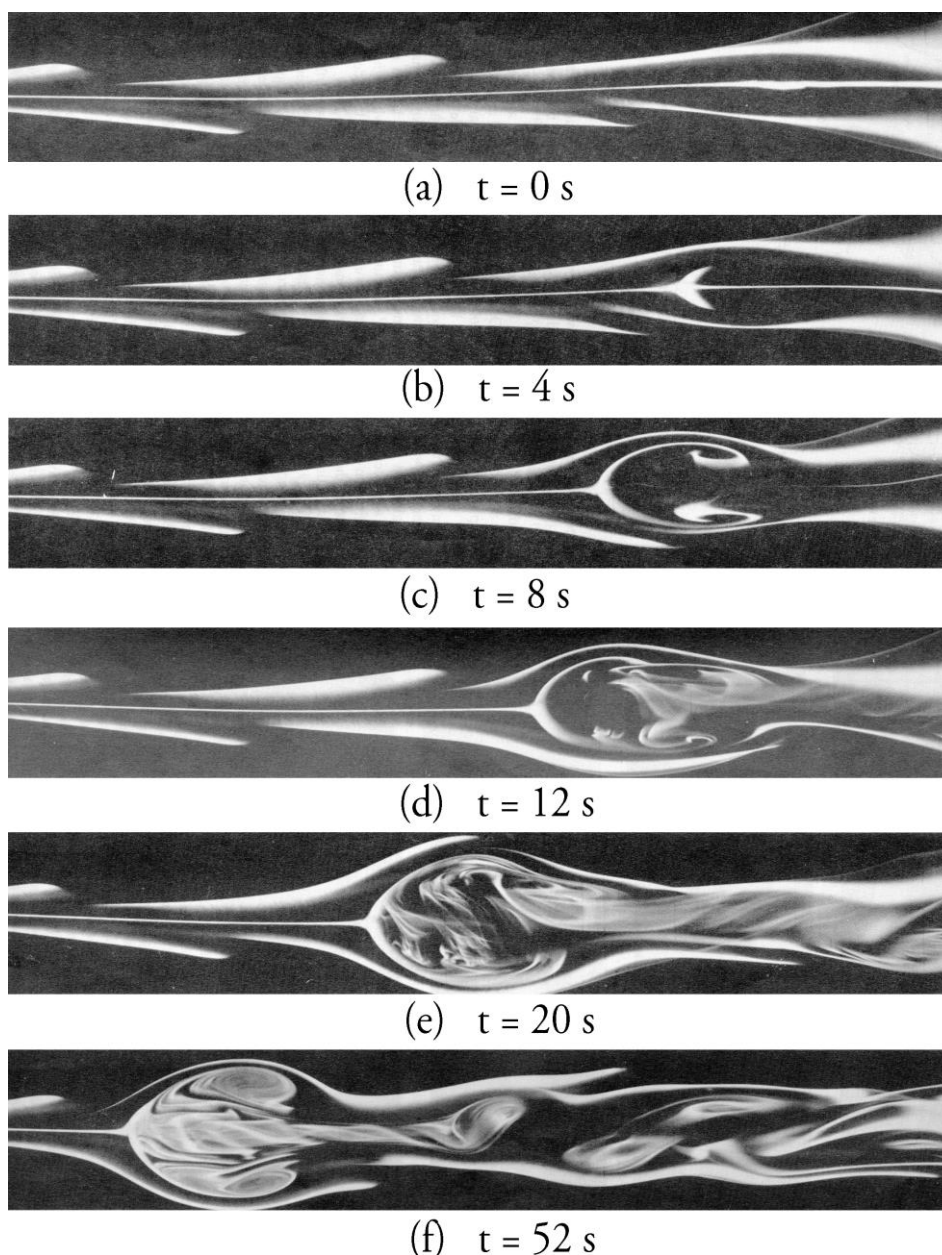
V prvním, nejčastěji pozorovaném, případě je bublina naplňována a vyprazdňována na dvou různých místech v její zadní části. Ohon, který vzniká z tekutiny vytékající z bubliny, se obvykle vrací na osu otáčení. Poté následuje druhý rozpad, přibližně ve vzdálenosti rovnající se délce bubliny. Tento druhý rozpad je vždy spirální.

Druhý typ naplňování a vyprazdňování se objevuje pouze při malém Reynoldsově čísle. Při tomto způsobu vyprazdňování vznikají dva ohony. Tento typ je nestabilní a občas plynule přejde na první typ tak, že jeden ohon postupně zmizí [14].

Bublina se dále pohybuje a mění při tom svoji velikost. Zvětšuje nebo zmenšuje se její průměr a délka, avšak tak, že bublina zůstává proporcionálně stejná. Pokud se pohybuje proti proudu, bublina se zvětšuje, a obráceně, pokud putuje po proudu, zmenšuje se [14].

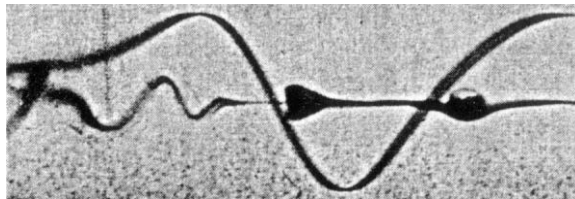
Pokud změním velikost vírového čísla, bublina se nejprve posune o krátkou vzdálenost opačným směrem, než je obvyklé, a dále se vrací do rovnovážné pozice, kde se pozvolna stabilizuje [45].

Osově souměrný rozpad vzniká z módu dvoušroubovice, spirálního rozpadu nebo z osově symetrického proudu. O tom, jak osově symetrický rozpad vznikne, rozhoduje kombinace Reynoldsova a vírového čísla [46]. Pro vysoká Reynoldsova a vírová čísla vzniká bublínkový rozpad vždy z dokonalého osově souměrného proudu [12].



Obr. 4: Vznik osově souměrného rozpadu z dokonalého osově souměrného proudu. [12]

Při situaci, kdy máme spirální rozpad nacházející se ve velké vzdálenosti po proudu a rychle zvýšíme vírové číslo, pozorujeme vznik dvou až tří bublin. Tyto bubliny až na první, jsou následně zničeny spirálním vírem vzniklým za poslední bublinou a posouvajícím se proti proudu. První bublina, která jediná setrvává, je při svém formování symetrická. Poté, co spirální mód pohltí všechny ostatní, začne tato bublina nasávat tekutinu z prostoru za sebou a přitom růst a posunovat se proti proudu. Nakonec se zastaví v místě, kde by při daném vírovém čísle standardně vznikla [46].



Obr. 5: Několik bublinkových rozpadů za sebou [45]

1.3 Spirální rozpad

Tento typ rozpadu je pozorován nejčastěji u delta křídel a také v savce Francisovy turbíny, více o ní v kapitole 1.4. U něho vidíme rychlé zpomalení na ose víru a následný rapidní ohyb vírového vlákna. Poté se barvivo, které je používáno k vizualizaci vírového vlákna, neroztýlí, ale pokračuje v pohybu po spirální trajektorii, která se rozpadne v turbulenci po jedné až dvou otáčkách [14]. O pohybu spirály se vedou diskuze. Zatímco Faler a Leibovich [14] spolu se Sarpkayou [45] pozorovali, že spirála se vine ve směru souhlasném s rotací tekutiny, tak Escudier se Zehnderem [11] zjistili opačný směr. Stejný směr jako Escudier a Zehnder [11] pozoroval nad delta křídly Leibovich [28]. Tento rozpor mohl vzniknout metodou generace víru. Tangenciální zařízení, které použili Escudier a Zehnder [11], má blíž k prouděním, která vznikají na delta křídlech. Jinak tomu je u lopatkových zařízení [28]. Další možností existence tohoto rozporu je, že smysl otáčení závisí na profilu axiální rychlosti [16].

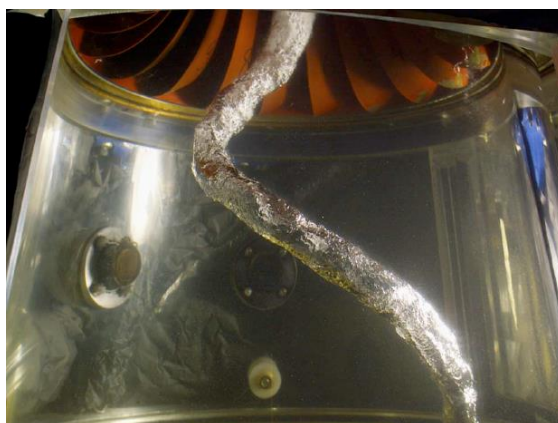
Pokud je Reynoldsovo a vírové číslo konstantní, může docházet k axiálnímu pohybu spirály. Když ta se pohybuje proti proudu, zvětšuje se rychlost otáčení spirály a zmenšuje se její průměr. Naproti tomu, pokud se pohybuje po proudu, dochází ke zpomalení otáčení a zvětšení průměru. Když dojde k velkému zvětšení rychlosti otáčení, může se spirální vlákno ohnout zpět k místu počátečního odklonu a spirála se promění v bublinkový rozpad. Vzniklá bublina není dokonale vyvinutá, posune se velmi rychle proti proudu, následně zaniká a objevuje se znovu spirála, která se vrací zpět na své původní místo [14].

1.4 Vírový cop

Spirální rozpad víru nacházející se v savce Francisovy turbíny se nazývá vírový cop. Tento vírový cop se v savce objevuje při nastavení průtoku turbíny na hodnoty nacházející se mimo optimální pásmo. V minulosti to nebyl takový problém díky tomu, že elektrická energie byla vyráběna především stabilními elektrárnami. Avšak v posledních 20 letech začalo docházet k připojování nestabilních elektráren, fungujících na obnovitelných zdrojích, do sítě. Tyto elektrárny jsou závislé na větru, slunečním záření a na dalších podmínkách, které jako lidstvo zatím nemůžeme ovlivnit. Proto tyto nestability v dodávce elektrické energie řešíme buď přečerpávacími elektrárnami nebo ovlivníme samotnou výrobu elektrické energie v našich stabilních elektrárnách. Stabilními elektrárnami jsou myšlené vodní, jaderné a tepelné.

U vodních elektráren ovlivňujeme tuto výrobu rozšířením provozního pásma, a to i poměrně daleko od optima. To u vodních elektráren, které vyrábějí elektrickou energii pomocí

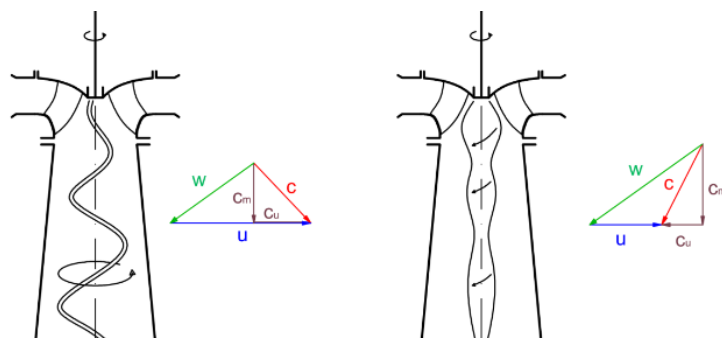
Francisových turbín, dochází při těchto změnách k zásadnímu jevu, který ovlivňuje celou elektrárnu. Tímto jevem je, jak jsem již zmiňoval, vznik vírového copu v savce Francisovy turbíny. Cop vzniká ve Francisově turbíně především kvůli neschopnosti natáčet lopatky oběžného kola. Při provozu turbíny v blízkosti optimálního bodu je obvodová složka rychlosti na výstupu minimální. Díky tomu je proudění v savce téměř výhradně axiální a nedochází zde k vytvoření vírového copu. Pokud se však provozní bod turbíny nachází ve značné vzdálenosti od optima, dochází ke zvětšení obvodové rychlosti. Toto zvětšení má za následek vytvoření zavíření, což vede ke vzniku vírového copu. Tento jev způsobuje tlakové pulzace, které mohou poškodit samotnou turbínu [9,34].



Obr. 6: Kavitujiící vírový cop [22]

Vírový cop se objevuje, jak jsem již zmínil, hlavně kvůli zvětšení obvodové rychlosti. Toto zvětšení je způsobeno tím, že oběžné kolo nezpracuje veškerou obvodovou složku hybnosti, kterou dostáváme na výstupu z rozvaděče. V savce, kde dochází ke zpomalování proudění (faktor k přispívající ke vzniku rozpadu víru). Jak už jsem uvedl, vírový cop je hlavní důvod vzniku rezonance ve Francisově turbíně. Toto kmitání způsobuje nezanedbatelné ztráty. Kvůli nízkému tlaku, který se objevuje za oběžným kolem, dochází ke kavitaci vírového copu, což výsledný efekt ještě umocňuje [44]. Celkově může výskyt tohoto jevu způsobit ztráty, které se rovnají až 10 % z celkové účinnosti [44]. Také existuje rozdíl mezi podoptimálním a nadoptimálním provozem [24].

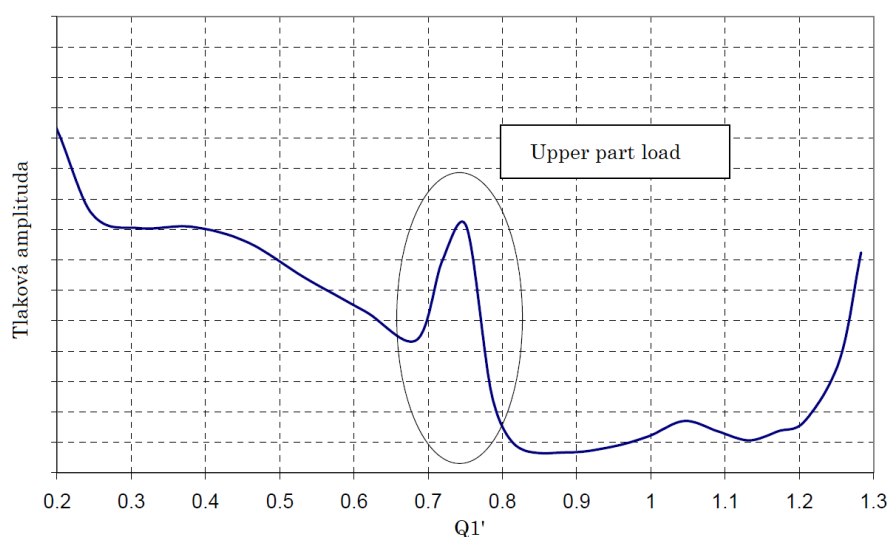
Rozpad víru



Obr. 7: Charakter vírového copu a rychlostní trojúhelníky při podoptimálním a nadoptimálním provozu Francisovy turbíny, kde w je relativní rychlost, u je unášivá rychlost, c je absolutní rychlost, c_m je meridiánová složka rychlosti a c_u je průmět absolutní rychlosti do směru unášivé rychlosti [24]

Při podoptimálním provozu se vírový cop objevuje přibližně od 80 % až do 20 % optimálního průtoku. V oblasti 70 – 80 % optimálního průtoku může dojít ke vzniku vírového copu, který má vývrtkovitý tvar, eliptický průřez a rotuje ve stejném směru jako oběžné kolo. Tato oblast je nazývána v angličtině upper part load. Eliptický průřez má za následek zvětšení tlakové amplitudy. Pro další zmenšování optimálního průtoku dochází zmizení eliptického průřezu. Při frekvenční analýze byly pozorovány dvě špičky. První má stejnou hodnotu jako precese víru. Frekvence precese se obvykle pohybuje v rozmezí čtvrtiny až třetiny otáček oběžného kola. Druhá je rovna blízkému násobku frekvence precese vírového copu [24]. Pokud eliptická forma copu zmizí, tak dochází i ke zmizení špičky v grafu zobrazeného níže. [23]. Při dalším zmenšování optimálního průtoku dochází k postupnému navyšování amplitudy až nakonec dojde ke zmizení vírového copu. Ten se rozpadne na značný počet menších vírů [24].

Při podoptimálním provozu může při specifických podmínkách dojít ke vzniku dvou vírových copů. Tyto coky vznikají pouze na krátký okamžik, po kterém se změní zpět na jeden vírový cop [49].



Obr. 8: Graf závislosti tlakové amplitudy na průtoku v savce Francisovy turbíny [23]

Při nadoptimálním provozu mohou vznikat dva typy vírových copů. Prvním z nich je znovu vývrtkovitý cop, ale tentokrát rotuje proti směru rotace oběžného kola. Druhým častějším typem je takzvaný symetrický vírový cop. Tento cop se liší od vírového copu vyskytujícího se při podoptimálním provozu tím, že je stabilizován v ose rotace a rotuje opačně vzhledem k oběžnému kolu. Díky této symetrii je tlakové pole také symetrické, takže nevyvolává pulzace. Přesto při nadoptimálním provozu dochází ke vzniku tlakových a energetických pulzací, ale tyto pulzace nejsou způsobeny vírovým copem [9].

Dalším problémem, se kterým se setkáváme, při sledování oblasti upper part loadu, jsou rozdílné výsledky u prototypů a modelů pro stejné provozní podmínky. Zatímco při testech na modelovém zařízení dochází ke vzniku eliptického průřezu vírového copu, u prototypu už k eliptickému průřezu. Nebo naopak u modelu ke vzniku nedochází a u prototypu ano [15].

2 Teoretický popis rozpadu víru

Pro teoretický popis rozpadu víru neexistuje zatím žádná jednotná verze. Bylo navrženo mnoho teoretických popisů tohoto úkazu, odborníky jsou respektovány tři hlavní teorie.

První je spojena s konceptem kritického stavu, další teorie je analogická k odtržení mezních vrstev a poslední z nich je popisována jako důsledek nestabilního toku. Existují i další popisy problematiky rozpadu víru, ty kombinují poznatky ze třech zmíněných konceptů.

2.1 Koncept kritického stavu

Jde o koncept založený na existenci kritického stavu, který odděluje superkritický a subkritický stav proudu. Pro superkritický tok se mohou poruchy toku rozšiřovat jak po proudu, tak i proti němu, zatímco pro subkritický tok se poruchy šíří pouze po proudu. I pro tento koncept existují dva přístupy. První z nich byl popsán Squiarem. Ten považoval rozpad víru jako nahromadění poruch, které se pohybují proti proudu ([50], citováno v [32]). Naproti tomu Benjamin bral rozpad víru jako náhlou změnu mezi dvěma okamžiky s konstantní amplitudou. Tento přístup je analogický k teorii hydraulického skoku [3].

Squirova teorie

Základní myšlenkou této teorie je existence stojatých vln, při kterých vznikají poruchy nejen dole po proudu, ale posunují se také proti proudu, kde zavíní vznik rozpadu víru. Pro tuto teorii se zavedl koeficient k , který je poměrem radiální rychlosti ku axiální. Pokud aplikujeme tuto teorii, tak nám vyjde hodnota kritického k 1,2, pro které je možný výskyt stojatých vln. Pro tuto hodnotu k mají stojaté vlny nekonečnou délku. K rozpadu tedy dojde tak, že výchozí tok, který měl hodnotu $k > 1,2$, a byl tedy i superkritický, přechází kvůli viskozitnímu efektu nebo změně geometrie přes hodnotu $k = 1,2$. Při této hodnotě dojde k rozpadu víru na hodnotu $k < 1,2$, pro kterou je tok subkritický ([50], citováno v [32]).

Squirova teorie má dva základní nedostatky. Prvním nedostatkem je, že teorie nevysvětluje vznik náhlých změn v jádru rozpadu. Dále bylo poukázáno na to, že fázová rychlost stojatých vln může být proti proudu, ale jejich celková rychlost je po proudu. A to proto, že energie nemůže působit proti proudu [3].

Benjaminova teorie

Základní myšlenkou tohoto konceptu je, že rozpad víru je analogický k hydraulickému skoku. Tato analogie je založena na přechodu z jednoho stavu do druhého doprovázeného rozpadem víru. Pokud je počáteční proud superkritický, tak po přechodu se stává subkritickým. Hlavním problémem, na který narazil Benjamin, je, že subkritický proud má větší tlakovou sílu, než superkritický proud. Jelikož energie musí zůstat konstantní pro neviskózní kapaliny, tak se v subkritickém proudu předpokládají slabé stojaté vlny. Pro silnější přechody jsou místo stojatých vln předpokládány turbulence [3]. Experimentální pozorování však nepodporuje tuto teorii, protože jsou pozorovány rozpady, u nichž je přechod klidný a bez turbulence. Dalším

nedostatkem je to, že k rozpadu dochází při jakémkoliv superkritickém proudění. Pokusy ale bylo dokázáno, že k rozpadu víru dochází jen při určitých podmínkách superkritického proudu [12].

Kritická rovnice

Velkým problémem bylo rozpoznání, zda jde o tok superkritický nebo subkritický. Proto byla navržena rovnice s parametrem N , jež je analogický k Froudeho číslu pro průtok otevřeného kanálu nebo Machovu číslu. Pokud $N > 1$, tak je proud subkritický a opačně pokud je $N < 1$, tak dochází k superkritickému proudění. Zmíněná rovnice se nazývá kritická a platí pro ni:

$$N = \frac{C_+ + C_-}{C_+ - C_-} = \frac{w}{C} \quad (1)$$

kde C je relativní rychlost šíření vlny,
 w je rychlost šíření vlny,
 $C_+ = w + C$ (rychlost šíření vlny po proudu)
 $C_- = w - C$ (rychlost šíření vlny proti proudu). [3]

2.2 Analogie k separaci mezní vrstvy

Jedním z obecně přijatých hledisek rozpadu víru je stagnace toku v jeho ose. Na tomto poznatku je založený následující popis. K popsání pozice a výskytu rozpadu používáme kvazi-válcovou aproximaci, která je podobná rovnicím mezní vrstvy. Myšlenka této analogie je založena na momentu, při kterém přestávají tyto rovnice konvergovat, což je okamžik separace mezní vrstvy. Pro kvaziválcovou aproximaci nastává tento moment při vzniku rozpadu víru. Zásadní nevýhodou tohoto přístupu je neschopnost popsat vnitřní struktury rozpadu. Rovnice dokáže pouze popsat moment jeho vzniku [18].

Byla prokázána spojitost mezi okamžikem neschopnosti kvaziválcové aproximace konvergovat a kritickým stavem z předchozí kapitoly. Pokud máme dány axiální a azimutální rychlosti, potom radiální rychlost plní lineární diferenciální rovnici druhého řádu. Když budeme zvětšovat vírové číslo a tok se nám změní ze superkritického na subkritický, radiální rychlost se blíží nekonečnu a kvaziválcová aproximace přestává konvergovat [54].

2.3 Teorie nestability proudění

Teorie nestability proudění je založena na poznatku citlivosti víru na poruchy. Ví se, že proudění je stabilní pro zvětšující se obvodovou rychlost při zvětšujícím se rádiu. Při vysokém Reynoldsově čísle začne docházet v proudění k poruchám, které zapříčiní jeho nestabilitu [43]. Rayleigh vytvořil rovnici, která slouží k rozpoznání stability proudění:

Rozpad víru

$$\frac{d}{dr}(wr)^2 > 0 \quad (2)$$

kde r je vzdálenost od osy a w je rychlost.

Nestabilní proudění se dá rozdělit na konvektivně nestabilní a absolutně nestabilní. Konvektivně nestabilní proudění odpovídá superkritickému a absolutně nestabilní odpovídá subkritickému proudění. K rozpadu víru dochází při přechodu z konvektivní nestability do absolutní nestability [7].

Rayleighovo kritérium bylo několikrát upraveno pro všeobecnější podmínky. Leibovich a Stewartson [30] toto kritérium upravili pro neomezený sloupcovitý vír pro neviskózní kapalinu:

$$w \frac{d}{dr} \frac{w}{r} \left[\frac{d}{dr} \frac{w}{r} \frac{d}{dr} wr + \frac{dw}{dr}^2 \right] < 0 \quad (3)$$

Avšak pokud tuto rovnici aplikujeme na štíhlý vír, objeví se nestability i přesto, že nebyl pozorován rozpad víru ([4], citováno v [32]). Althaus [2] poukázal na to, že v této rovnici neuvažujeme viskozitu, což způsobuje zanedbávání ztráty energie, díky které by došlo k nestabilitě.

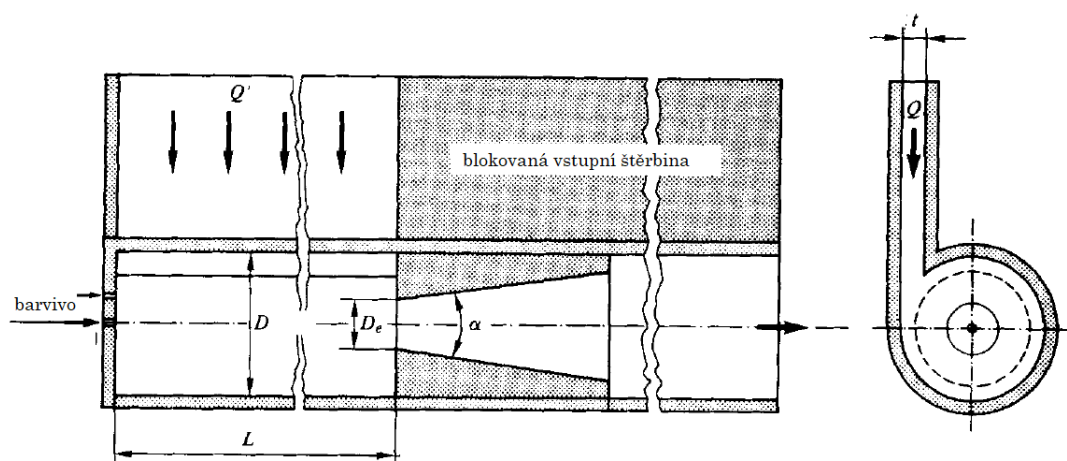
U této teorie se dále ukazuje, že pro vznik rozpadu víru není dostatečný pouze přechod mezi superkritickým a subkritickým tokem ([4], citováno v [32]). Také nedokáže spolehlivě vysvětlit bublinkový rozpad víru [12].

Všechny tři teorie popisují části rozpadu víru, ale žádná z nich nedokázala popsat tento jev dokonale. Některé z nich se navzájem podporují. Proto se zdá, že dokonalý teoretický popis rozpadu víru vzejde vzájemným složením těchto teorií. Shi a Shan [54] poukázali na to, že kritický stav a bod stagnace spolu souvisí. I přes tyto pokusy však doposud nebyla stanovena jediná kompletní verze teoretického popisu.

3 Experimentální popis

První experimenty rozpadu víru byly prováděny na křídlech delta, při nichž ale nebylo možné přesně kontrolovat vnější podmínky. Proto se brzy přešlo na pokusy prováděné v potrubí. Vizualně se kontroluje vznikající vír a jeho rozpad. Rozpad víru dokážeme pozorovat například díky barvivu. Při vysokých rychlostech barvivo používat nemusíme, protože v jádru víru je tak velký podtlak, že dochází ke kavitaci (voda se mění na vodní páru), která jeví zviditelní. Při experimentech v potrubí se většinou používá přístup, při kterém se nastavují dva parametry, a to Reynoldsovo číslo a vírové číslo.

Existuje několik typů vírových generátorů. První typ vytváří vír pomocí tangenciálního přístupu. Tato zařízení jsou založena na vstupu kapaliny z boku do zařízení. Po vstupu do zařízení se kapalina dostane do části, ve které se rozvíří a následně projde pozorovanou částí zařízení. Často je zde ještě nainstalována součást zařizující vstřikování barviva [11].



Obr. 9: Schématický diagram vírové trubice [11].

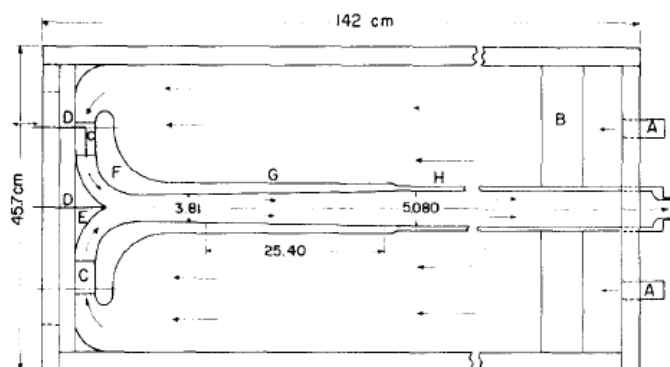
Vírový generátor na obrázku číslo 9 byl použit Escudierem a Zehnderem [11]. Tento specifický generátor má dva parametry, na kterých je závislý. Pro tyto parametry byly vytvořeny rovnice, kterými je můžeme popsat

$$\Omega = \frac{\pi^2 D D_e}{4 L t} \quad (4)$$

$$Re = \frac{4 Q}{\pi D_e v} \quad (5)$$

kde D je průměr potrubí, D_e je šířka vstupního průměru, L je délka potrubí, t je šířka vstupního kanálu, Q je průtok zařízením a v je kinematická viskozita [11].

Rozpad víru



Obr. 10: Schéma testovacího zařízení. A. vstupní potrubí (2 ze 6), B. pěnová přepážka, C. lopatky (2 ze 32), D. tryska vstřikující barvivo, E. středící těleso, F. sací ventil, G. testovací část, H. konec potrubí [14].

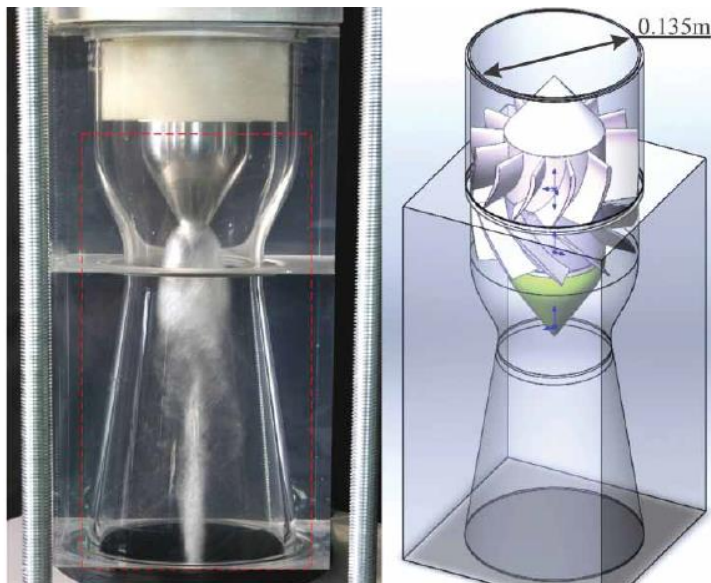
Naproti tomu Faler a Leibovich [14] použili zařízení, které můžeme vidět na obrázku 10, pro které je vírové číslo definováno jako

$$\Omega = \frac{2\pi R_e V}{WD} \quad (6)$$

kde R_e je vzdálenost mezi osou potrubí a lopatkou V je rychlost kapaliny opouštějící lopatky. Dále W označuje průměr testovací části a D je poloměr potrubí. Při těchto experimentech bylo objeveno několik typů rozpadu. Základní charakteristika zařízení je podobná, ale u zařízení použitého Falerem a Leibovichem [14] vidíme, že kapalina je přiváděna ze dvou stran [14].

Druhým typem jsou vírové generátory založené na působení lopatek turbíny, které roztáčejí proud. U tohoto generátoru se pomocí tohoto roztočení nastaví velikosti poměru axiální a radiální rychlosti.

Například Skripkin [49] pro svůj pokus použil generátor, který se snažil přiblížit výsledkům objevujících se v savce Francisovy turbíny, a proto v první části jsou rozváděcí lopatky. Tyto lopatky navádějí tok tekutiny na oběžné kolo. S pomocí oběžného kola se nastavuje požadovaný poměr axiální a radiální rychlosti. Za generátorem se nachází difuzor, který pomáhá vytvořit rozpad víru. Tento generátor můžeme vidět na obrázku 11 [49].



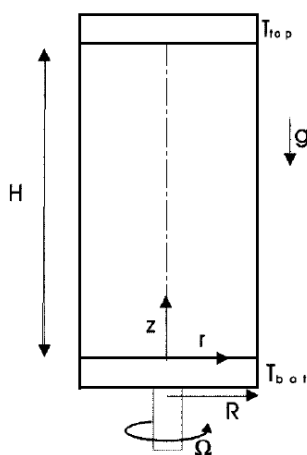
Obr. 11: Vírový generátor (vlevo) a náčrt vírového generátoru (vpravo) [49].

Posledním typem generátoru, který se často používá, je zařízení založené na rotaci jedné strany nádoby. Nádoba má válcový tvar s rotujícím vrchním víkem. V této nádobě je tedy konstantní množství tekutiny a díky tomu je použití takového generátoru snadné. Pro tento typ sledujeme dva parametry

$$h = \frac{H}{R} \quad (7)$$

$$Re = \frac{vR}{\nu} \quad (8)$$

kde H je výška válce, R je poloměr válce, ν je kinematická viskozita a v je rychlost rotace víka. [20]



Obr. 12: Schéma vírového generátoru s rotujícím víkem [20]

Všechny tři typy generátorů, tj. tangenciální, lopatkový a válcový s rotujícím víkem, jsou v experimentálním výzkumu používány. První dva typy jsou často používány zároveň a jejich výsledné hodnoty se srovnávají. Vírový generátor s rotujícím víkem se často používá při pokusech ovlivňujících výskyt rozpadu víru. Tomuto ovlivnění se budeme věnovat v kapitole 5.

Pro pozorování rozpadu víru existuje ještě mnoho dalších experimentálních zařízení, o nichž už tato práce nepojednává.

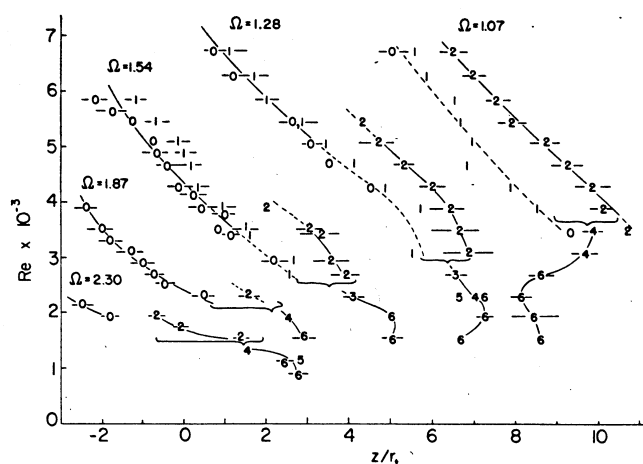
3.1 Evoluční schéma

Pro různé módy existují křivky, které popisují souvislosti mezi hodnotami Reynoldsova a vírového čísla a typem rozpadu. Pro všechny rozpady bylo zjištěno, že jsou při větších vírových číslech klidnější [27]. Pokud se číslo ještě zvětší, začne docházet pouze k posunutí módu proti proudu [11]. Když dojde k dalšímu zvětšování vírového čísla a k překročení hranic zařízení, začne vznikat sloupovitý vír, který teče zpět kolem celé osy potrubí [17]. Při zvětšování otáček také dochází ke zvětšování otáček ohonu a jeho přibližování se k ose otáčení [14].

Existují definované úseky, pro které je charakteristická jedna forma, ale objevují se okrajová pásma, v nichž mohou vznikat dvě nebo více forem. Tyto formy mohou přeskakovat z jedné na druhou. Známe pásmo, v němž se periodicky střídá bublinkový a spirální rozpad.

Sarpkaya [45] toto pásmo nazývá hysterezní region, když viděl, že prvotní forma byla zachována při změně cirkulace. Naopak Faler a Leibovich [14] namítali, že typ rozpadu záleží na tom, jak se nastaví proudění. Poukázali také na to, že změna mezi módy způsobí pohyb v axiálním směru [45].

U tangenciálních zařízení byly vytvořeny grafy. V těchto grafech jsou vyznačeny výskyty rozpadů víru při různém Reynoldsově čísle a různých poloměrech trubice. Tyto body jsou střední hodnoty z několika měření při stejných podmínkách [27].



Obr. 13: Typ a axiální pozice rozpadu víru v závislosti na Reynoldsově a vírovém čísle [14].

Pro vytvoření grafu byla použita aparatura z Obr. 13, kde se pozorovalo, jaký typ a kde v zařízení se objeví rozpad víru. Při měření se měnilo Reynoldsovo a vírové číslo. V některých místech, jak již bylo zmiňováno, se objevují typy dva. V těchto oblastech dochází k přeskoku mezi jednotlivými módy. [14]

3.2 Tlakový gradient

Cassidy a Falvey [6] pozorovali zvýšenou frekvenci precese při částečném uzavření konce zkušebního potrubí. Podobně při snížení průtoku pomocí omezení konce zkušebního potrubí dochází k okamžitému posunutí rozpadu víru proti proudu. Společným jevem těchto experimentů je existence tlakového gradientu [45]. Tento tlakový gradient je složen ze dvou složek.

První z nich je gradient tlaku vytvořený upravením vnějších podmínek. Druhá část vzniká působením víru. Bylo pozorováno, že tlakový gradient, který se nachází na okraji víru, je zesílen v ose víru, pokud použijeme vysoké vírové číslo [19]. S ohledem na tento jev Krause [25] poukázal na to, že pokud vír roste, tak nakonec vždy dojde k jeho rozpadu. Dále dokázal, že vzdálenost mezi bodem iniciace a bodem rozpadu víru je nepřímo úměrná odmocnině azimutální rychlosti. Tento poznatek dokazuje, že výskyt rozpadu víru může být ovlivněn pomocí tlakového gradientu [25].

3.3 Měření rozpadu

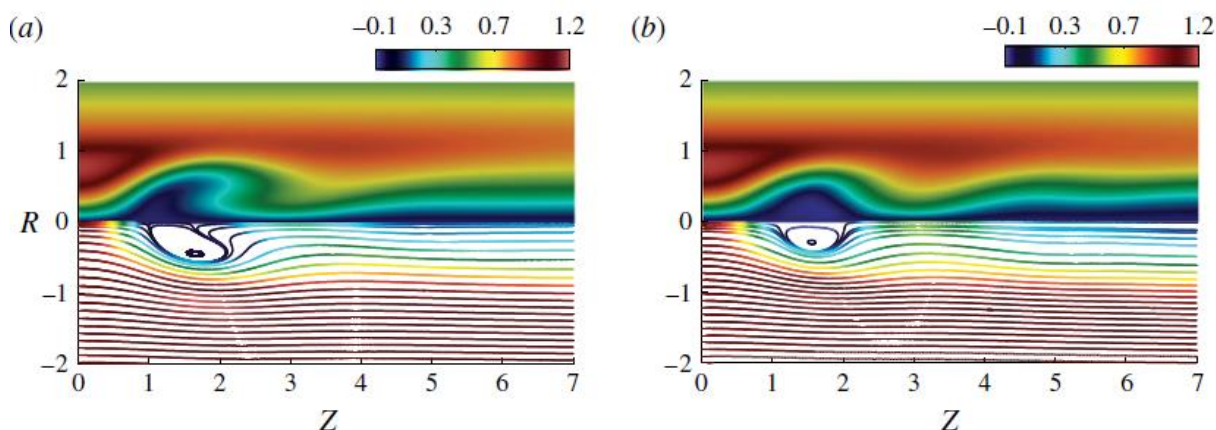
V minulosti byly objeveny dva zásadní problémy při měření rozpadu víru. Prvním z nich je vysoká citlivost při vnějších zásazích a druhým je velké rušení toku při použití sond [17]. Při použití sondy dochází k posunutí rozpadu [6]. Z těchto důvodů jsou používány neinvazivní metody jako Laser-Doppler Anemometry a Particle-Image Velocimetry.

Laser-Doppler Anemometry je metoda založena na Dopplerovu jevu, který vzniká díky posunu vlnové délky při odrazení od pohybujícího se objektu. Tento jev využívá dvou paprsků laseru, kterými svítíme na tekutinu, ve které jsou umístěné malé reflektivní části. Paprsky narazí na překážku, při čemž se jim mírně změní vlnová délka a odrazí se zpět do zařízení, které tuto změnu vyhodnotí a zjistí výsledné rychlosti. [1]

Pro Particle-Image Velocimetry se používá kapalina, do které se přidají malé částice. Tyto částice jsou tak malé, že bez problému plavou v tekutině a důvěryhodně napodobují tok. Poté zasvítíme laserem na tekutinu a tyto částice nasvítíme a nasnímáme. Díky tomu lze stanovit vektorová pole rychlosti kapaliny [41].

4 Numerický popis

Jev rozpadu víru je nesmírně náročný na numerický popis, a to zejména kvůli obrovskému počtu neznámých. První, kdo se pokusil vyřešit numericky rozpad víru, byl Hall ([19], citováno v [32]), který použil kvaziválcovou aproximaci. Tato metoda ale vykazuje zásadní problém spočívající v tom, že aproximace přestává konvergovat v místě rozpadu. Druhou metodou je řešení Navier–Stokesových rovnic. Z počátku se pro toto řešení používalo stacionární, laminární, osově souměrné a nestlačitelné proudění [32]. S postupem času se začala využívat i turbulentní, nestacionární a osově nesouměrná proudění. Například Shi [47] uvedl numerické řešení pro nestacionární proudění. Spall a Gatsky [49] byli prvními, kterým se povedlo vypočítat trojrozměrný nestacionární rozpad víru.



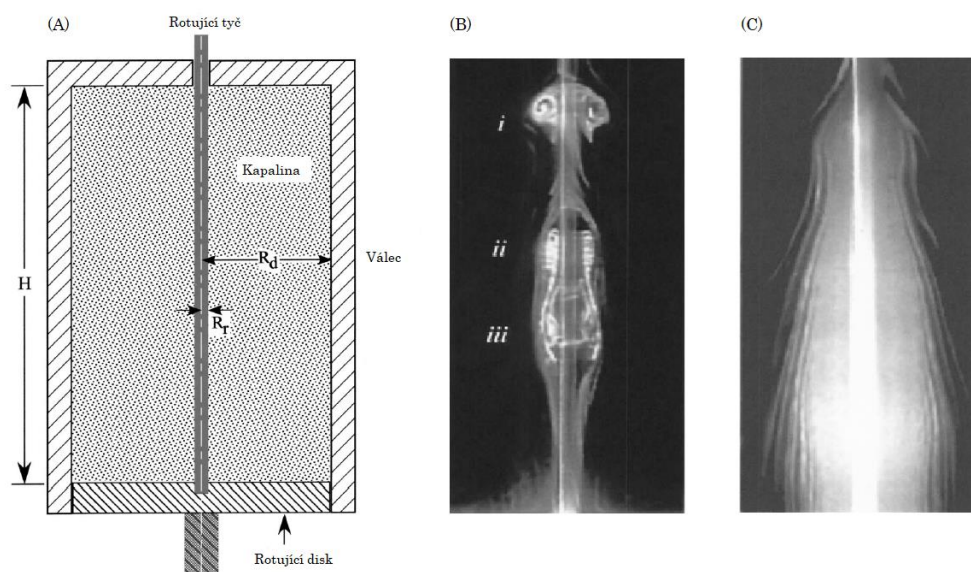
Obr. 14: Časově závislé řešení 3-D Navier–Stokesových rovnic, kde pro (a) $Re=180$ a pro (b) $Re=300$, horní část grafu zobrazuje tangenciální složku rychlosti a spodní zobrazuje proudnice zbarvené velikostí axiální rychlosti [39].

5 Řízení rozpadu víru

Rozpad víru se objevuje v mnoha odvětvích a jeho řízení je velmi důležité. Aplikace řízení rozpadu cílí hlavně na jeho potlačení, avšak existuje i jeho pozitivní dopad. Známe mnoho způsobů ovlivnění, ale značná část není zatím využívána v praxi pro jejich složitost. Abychom ovlivnili rozpad víru, můžeme například změnit geometrii proudění, jako se tomu děje u delta křídel. Dále můžeme přidat další vír v blízkosti osy rotace nebo ho ovlivnit pomocí teplotního gradientu.

5.1 Ovlivnění přidáním víru v blízkosti osy rozpadu

Tato metoda může být jedním z řešení problému rozpadu víru u letadel s delta křídly. Rozpad víru u delta křídel může zavinit náhlou ztrátu vztlačku na jednom z křídel, následně dochází ke zhoršení ovladatelnosti letadla [12]. Pro studování tohoto jevu se kvůli značným výhodám používá uzavřený válec, skrz který vede rotující tyč. Spodní část válce se otáčí a způsobuje vznik bublinkového rozpadu víru. Pokud však začneme otáčet tyčí, která vede skrz tento válec, vznikající vír působí na proudění uvnitř válce v závislosti na směru otáčení této tyče [21].

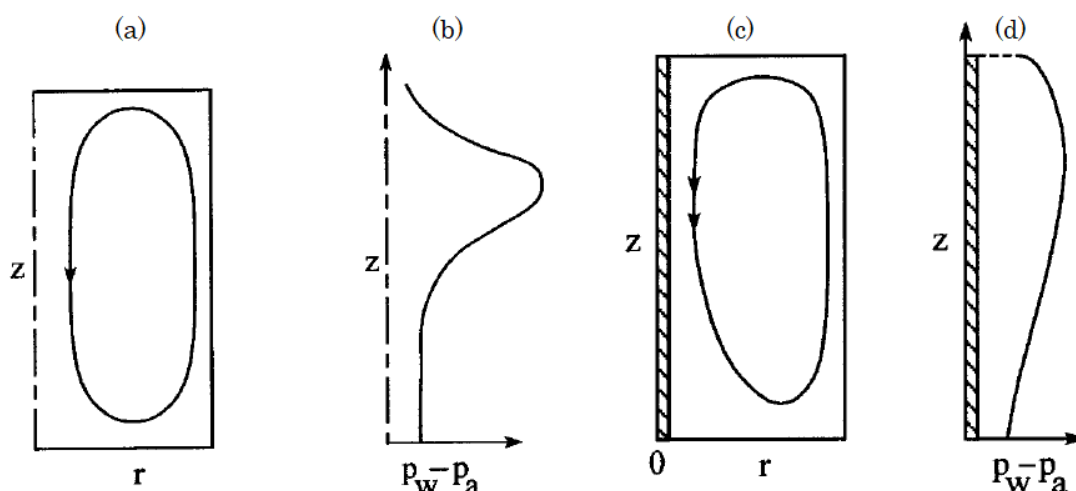


Obr. 15 (A) Schéma testovacího zařízení (B) vizualizace proudění pro nepohyblivou tyč (C) vizualizace proudění pro pohyblivou tyč [21]

Stejný směr rotace disku a tyče

Experimentálně bylo pozorováno, že při stejném směru rotace disku i tyče dochází k potlačení bublinkového rozpadu víru, který vzniká při rotaci disku. Pokud prozkoumáme proudění a tlaky pro rotující tyč a disk, zjistíme, že rotující tyč zpomaluje proudění ve spodní části válce,

a naopak ho zrychluje nahoře. Tato změna rychlosti způsobuje zmenšení momentu ve spodní části válce, což zapříčiní zpomalení rychlosti víru ve vrchní části válce. Toto zpomalení dále vyvolá zmenšení tlakové ztráty, a to vede na rovnoměrnější tlakový gradient. Díky těmto změnám dojde k potlačení rozpadu, což můžeme vidět na obrázku 16 [21].



Obr. 16: Schématické charakteristiky pro rotaci disku a tyče: (a) meridiální proudnice pro rotující disk; (b) izobara pro rotující disk; (c) meridiální proudnice pro rotující tyč a disk; (d) izobara pro rotující tyč a disk [21].

Opačný směr rotace disku a tyče

Pro opačný směr rotace nastává zvětšení oblasti rozpadu víru. Husain pozoroval tři fáze změn. Prvně dojde ke zvětšení vírových kroužků. Poté se ve spodní části válce začnou objevovat a následně mizet další vírové kroužky. Toto objevování a mizení vzniká kvůli větší rychlosti u osy otáčení než u boční stěny, čímž se tyto kroužky posunují směrem dolů a následně zmizí při naražení na spodní disk, zatímco se nahoře vytvářejí kroužky nové. Nakonec se celý tok stane nestabilním, což vznikne nedodržením Rayleighova kritéria [21].

5.2 Ovlivnění pomocí teplotního gradientu

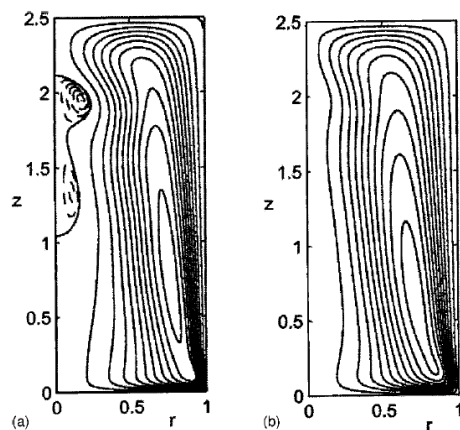
Tato metoda je založená na změně teploty u pozorované oblasti a je experimentálně prováděna v uzavřeném válci s rotujícím diskem, ale tentokrát je vrchní část válce zahřívána nebo ochlazována, čímž vzniká teplotní gradient. Pomocí této metody můžeme potlačit nebo zvětšit oblast rozpadu víru. [20]

Koeficient teplotního gradientu označíme ε a spočítáme ho z rovnice:

$$\varepsilon = \frac{T_{\text{bot}} - T_{\text{top}}}{T_{\text{bot}} + T_{\text{top}}} \quad (9)$$

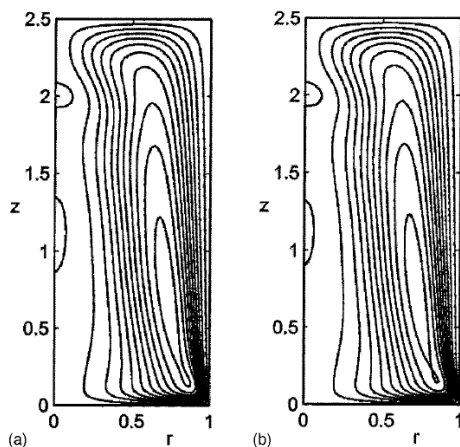
kde T_{top} a T_{bot} jsou teploty horního a dolní disku.

Pro $\varepsilon > 0$ platí, že oblast rozpadu víru se zmenšuje. Směr kontrolního toku $\varepsilon > 0$ je opačný základnímu toku mimo oblast rozpadu víru, což zhorší přenos momentu hybnosti od rotujícího disku. Díky tomu se zmenší meridiální tok, který pak nevytvoří tak velkou oblast rozpadu víru [20].



Obr. 17: Efekt paralelního gradientu (a) $\varepsilon = 0$; (b) $\varepsilon = 0.7$ [20]

Naopak pro $\varepsilon < 0$ má kontrolní tok stejný směr jako základní meridiální tok. Tento děj zapříčiní zlepšení přenosu momentu hybnosti od rotujícího disku. To má za následek vznik větší oblasti rozpadu víru a kmitání toku [20].



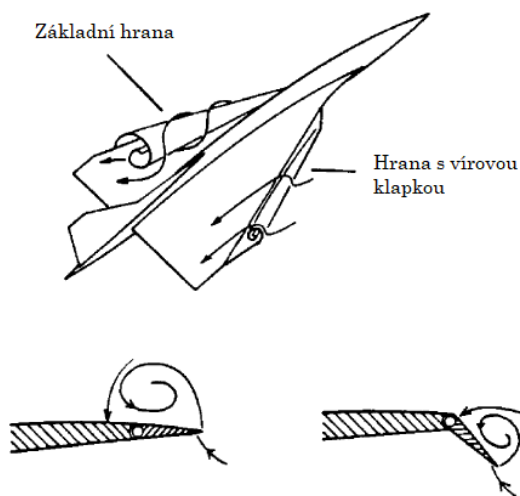
Obr. 18: Efekt antiparalelního teplotního gradientu (a) $\varepsilon = -0.4$; (b) $\varepsilon = -0.6$. [20]

5.3 Kontrola rozpadu víru u delta křídél

Křídla delta jsou používána při nadzvukových letech. Tvar těchto křídél umožňuje letadlu překročit rychlost zvuku, avšak má také nevýhodu. Tou je vznik oblasti rozpadu víru na křídlech, který má za následek náhlou ztrátu vztaku a ovladatelnosti stroje [31].

Vznik rozpadu víru je závislý hlavně na úhlu náběhu letadla a tvaru křídél. K ovládní rozpadu víru jsou používány dva způsoby. Prvním je kontrola toku tekutiny pomocí mechanických úprav. Druhým jsou pneumatická zařízení. Oba typy úprav mají za úkol upravit tok vzduchu kolem letadla tak, aby nedocházelo ke vzniku rozpadu víru na křídle [35].

K mechanickým úpravám můžeme přiřadit všechny výstupky, klapky a úpravy tvarů křídél. Jednou z nejdůležitějších úprav je úhel náběhu křídla. Pro větší úhly náběhu vzniká rozpad víru častěji [31]. Dále byly zkoušeny takzvané vírové klapky. Tyto klapky se nacházejí na předních hranách křídél a naklání se tak, aby co nejvíce ovlivňovaly tok vzduchu v náš prospěch. Velkou nevýhodou těchto klapek je jejich velikost. Vírové klapky zabírají až 25 % povrchu křídla [42]. Klapky byly dále upravovány a následně byly navrženy takové, které se nacházely na špičce letadla. Pokud se takové vírové klapky použijí zároveň s klapkami ovládacími, které vytvářejí záporný tlakový gradient, dokáží společně ovládat místo výskytu rozpadu víru [8].



Obr. 19: Porovnání hran bez vírové klapky a s vírovou klapkou [42]

Druhým způsobem, jak lze ovlivnit výskyt rozpadu víru, jsou pneumatické úpravy, které dělíme do dvou odvětví. Prvním z nich je sání. Funguje tak, že v křídle jsou malé díry, kterými je nasáván vzduch, následně procházející hranou křídla [33].

Další možností ovlivnění výskytu rozpadu víru, je vyfukování vzduchu ze zadní hrany křídla [31].

Spojením všech těchto úprav dochází k tomu, že dokážeme minimalizovat výskyt rozpadu víru a tím dochází ke zlepšení ovladatelnosti letadla s křídly tvaru delta.

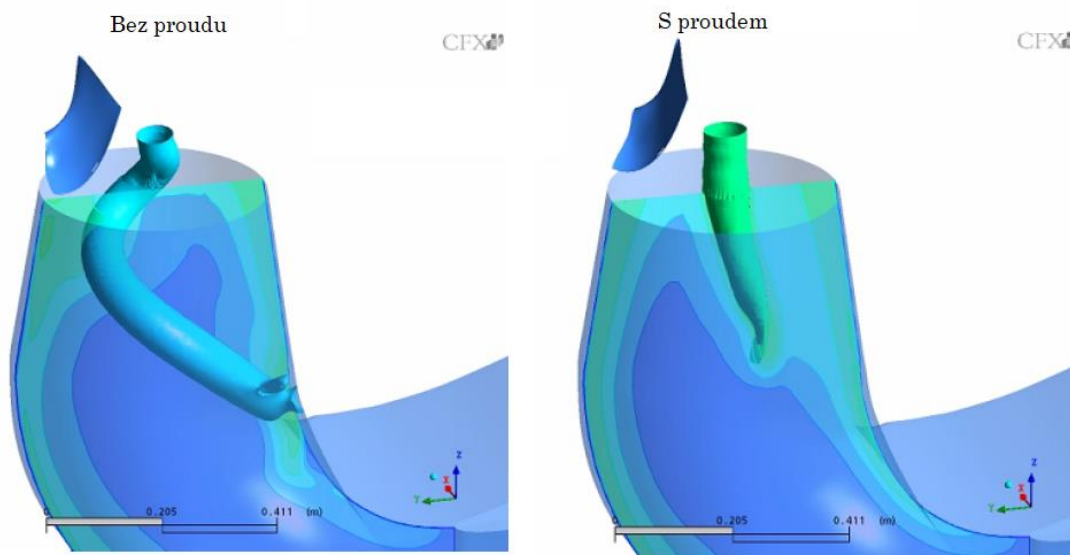
5.4 Řízení vírového copu ve Francisově turbíně

Existuje několik typů uprav Francisovy turbíny, které pomáhají omezit výskyt vírového copu. Základem je správný design oběžného kola a rozváděcích lopatek. Další úpravou, která pomáhá vyřešit výskyt vírového copu, je prodloužení sací trouby. To může upravovat tlak a tok za oběžným kolem, čímž je kontrolován i vírový cop. Dále můžeme na stěnu sací trouby přidělat takzvané ploutve, které sice upravují tlak, ale způsobují mírné zmenšení účinnosti celé Francisovy turbíny ([53], citováno v [44]).

Podobně byly navrženy další struktury nacházející se v sací troubě. Například dělicí desky, jejichž cílem bylo zmírnit vírový cop. Ani tyto desky nebyly efektivní, výsledkem stejně bylo omezení použitelnosti Francisovy turbíny [36].

Jiným typem řízení je vstřikování vzduchu do recirkulační zóny, kterou obklopuje vírový cop. Vstřiknutím vzduchu dojde k vytvoření osově souměrného proudění, čímž vznikne ze spirálního rozpadu rozpad bublinkový [13]. Tato kontrola je použitelná v praxi díky tomu, že stačí relativně málo vzduchu na ovlivnění vírového copu, a tím celé účinnosti turbíny. Přidáním vzduchu k vírovému copu sice dojde ke zvětšení jeho objemu, ale i tak změni vlastní frekvenci sací trouby, čímž ji oddálí od frekvence vírového copu. Oddálení zmenšuje celkovou oscilaci turbíny [38].

Podobným typem kontroly je vstřikování vodního proudu do sací trouby. Hlavním rozdílem mezi vstřikováním vody a vzduchu je v tom, že vodní proud přímo redukuje kolísání tlaku, čímž se dokáže úplně vyhnout vytvoření vírového copu [44].



Obr. 20: Efekt vstřikování vody do sací trouby [45]

V praxi se zatím používá z aktivních metod vstřikování vzduchu. Výhodou vstřikování vzduchu je jednoduché zavedení do praxe. Pro implementování vstřikování by byly potřeba jen menší úpravy celé turbíny. Výhodná je také možnost mít trysku zapnutou jen při průtocích, kdy by docházelo ke vzniku vírového copu [24].

5.5 Kontrola rozpadu víru ve vířivém hořáku

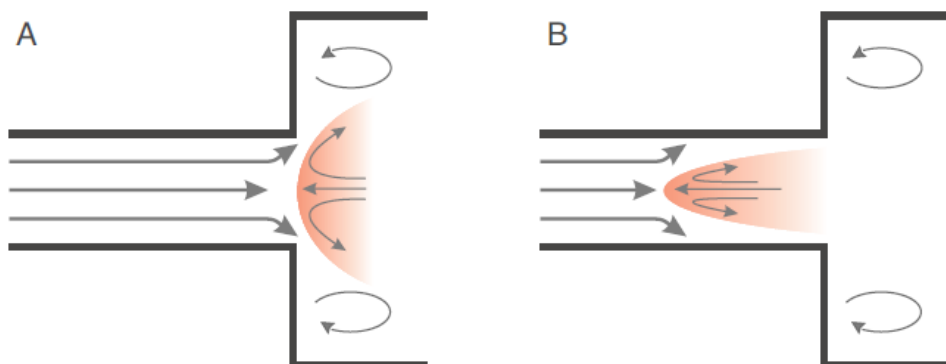
Rozpad víru má však také i pozitivní dopady a je v některých situacích žádoucí. Jednou z nich je jeho využití ve vířivých hořácích (spalovacích zařízeních) využívaných například při výrobě energií.

Kvůli zvyšujícím se požadavkům na snížení emisí u plynových spalovacích zařízeních se vývojáři museli zaměřit na rozvoj technologií vířivého hořáku. V hořácích dochází ke smíchání paliva a vzduchu před samotným spalováním oproti dřívějším metodám, kdy se směs tvořila až ve spalovací komoře při samotném spalování. Hlavní výhodou tohoto postupu je štíhlost reakční zóny, která drasticky snižuje vznik oxidů dusíku [51].

Díky zeštíhlení reakční zóny dochází ke snížení teplot při spalování. To vede ke vzniku poruch uvnitř toku. Pokud tyto poruchy nekontrolujeme, dochází k oscilaci nebo i selhání celého zařízení [51].

Jednou z možností, jak kontrolovat tyto poruchy, je mít rozpad víru mezi mísící částí zařízení a spalovací komorou. Samotný rozpad kontroluje stabilizaci a kompaktnost plamene. Ve vnitřní části rozpadu dochází k recirkulaci tepla a aktivních chemických prvků proti proudu směrem ke špičce plamene. Tento přesun stabilizuje vznikající plamen, což má za následek uklidnění oscilací [5].

Hlavním problémem kontroly rozpadu víru je jeho stabilizace. Zařízení musí být navrženo tak, aby nedošlo k posunutí rozpadu do jeho míchací části [5].



Obr. 21: (A) schéma stabilního plamene, (B) schéma nestabilního plamene [26]

Základním pravidlem, které slouží k prevenci posunu rozpadu víru je kladné azimutální vírové číslo uvnitř spalovacího zařízení. Tato kladnost vyvažuje záporné azimutální vírové číslo vyskytující se uvnitř plamene. Vyrovnáním dochází ke stabilizaci toku.

Existují další tři faktory podporující posuv rozpadu. Prvním z nich je zvýšení vstupní teploty v důsledku zvýšení tlaku vstupujícího plynu. Dalším faktorem je zvětšení obsahu vodíku při použití alternativního paliva. Poslední možností, která posune rozpad, a tím negativně ovlivní chod celého zařízení, je zvýšení teploty plamene. Těmto změnám je potřeba se vyhnout [5].

Závěr

Tato práce se zabývala problematikou rozpadu víru. K tomuto jevu dochází při vířivém proudění. V první kapitole jsem popsal samotný rozpad víru a jeho typy. Nejdříve jsem se zaměřil na popis všech sedmi typů rozpadů a poté jsem se podrobně zabýval spirálním a bublinkovým rozpadem víru. Tyto dva rozpady se objevují výhradně v praxi. Ostatní se v praxi vůbec nevyskytují. Spirální rozpad objevující se ve Francisově turbíně se nazývá vírový cop. Na tento cop je zaměřená značná pozornost vědců, a to především díky jeho vlastnostem, které negativně ovlivňují účinnost turbíny při neoptimálních průtocích.

Druhá kapitola teoreticky popisuje tento fenomén. Existují tři teorie, jež se snaží vznik rozpadu vysvětlit, ale žádná nedokáže popsat celý jev rozpadu víru. První teorie proces popisuje jako přechod přes kritický stav, který znamená změnu ze superkritického na subkritický tok. Zásadním problémem této teorie je její neschopnost popsat jevy probíhající uvnitř samotného rozpadu. Druhý popis je analogický k separaci mezní vrstvy. Je postavený na poznatku, při kterém v ose stagnuje tok. Tato teorie také nedokáže popsat vnitřní jevy rozpadu víru. Poslední tvrzení je založeno na Rayleighho kritériu a říká, že rozpad víru nastane při porušení tohoto kritéria. Tento postup však nedokáže popsat bublinkový rozpad víru.

Dále jsem se zabýval experimentálními aparaturami, které se používají pro pozorování rozpadu víru. Existují tři základní typy aparatur, jež jsou používány na sledování rozpadu. První je založený na tangenciálním vstupu kapaliny do zařízení. Druhý využívá k rozvíření sledované kapaliny lopatky. Posledním typem je uzavřená válcová nádrž s rotujícím víkem.

Nakonec jsem se ve své práci věnoval popisu řízení a kontroly rozpadu víru. Existuje několik možností, jak řídit jeho výskyt. Většinou chceme jeho existenci zabránit. Jediným pozitivním průmyslovým využitím rozpadu je jeho výskyt ve vířivých hořácích. V ostatních případech se snažíme jeho vzniku zabránit. Příkladem může být řízení pomocí teplotního gradientu nebo vložení tyče do osy vírové rotace a její následné roztočení ve stejném směru jako má vírový proud. U delta křídel se používají dva typy bránění vzniku rozpad víru. Prvním z nich je správný tvar a různé výstupky na křídle, které usměrní tok vzduchu kolem letadla. Dále se používají takzvaná pneumatická zařízení, která sají nebo vyfukují vzduch, a tím brání vzniku rozpadu. U Francisovy turbíny se používá prodloužení sací trouby společně s implementací různých dělicích desek umístěných dovnitř savky. Další možností řízení rozpadu víru je vstřikování vzduchu nebo vody do jeho oblasti.

V této práci jsem shrnul současné informace o rozpadu víru, jeho stručnou historii a možnosti jeho řízení, čímž jsem splnil cíle práce. Bakalářskou práci lze v budoucnu rozšířit v oblasti numerického řešení nebo se zaměřit více na teoretický popis tohoto jevu.

Seznam použitých zdrojů

- [1] ABBISS, J.B., T.W. CHUBB a E.R. PIKE. Laser Doppler anemometry. *Optics & Laser Technology* [online]. 1974, **6**(6), 249-261 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1016/0030-3992(74)90006-1. ISSN 00303992. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0030399274900061>
- [2] ALTHAUS, W., CH. BRÜCKER a M. WEIMER. Breakdown of Slender Vortices. GREEN, Sheldon I., ed. *Fluid Vortices* [online]. Dordrecht: Springer Netherlands, 1995, 1995, s. 373-426 [cit. 2019-05-03]. Fluid Mechanics and Its Applications. DOI: 10.1007/978-94-011-0249-0_9. ISBN 978-94-010-4111-9. Dostupné z: http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-94-011-0249-0_9
- [3] BENJAMIN, T. B. Theory of the vortex breakdown phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. 1962, **14**(04) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1017/S0022112062001482. ISSN 0022-1120. Dostupné z: <http://www.journals.cambridge.org/abstract/S0022112062001482>
- [4] BREUER, M. *Numerische Lösung der navier-Stokes-Gleichungen für dreidimensionale inkompressible instationäre Strömungen zur Simulation des Wirbelaufplatzens*. Aachen, 2001 [cit. 2019-05-20]. PhD Thesis. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- [5] BURMBERGER, S, C HIRSCH a T SATTELMAYER. Design Rules for the Velocity Field of Vortex Breakdown Swirl Burners. In: *Volume 1: Combustion and Fuels, Education* [online]. ASME, 2006, 2006, s. 413-421 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1115/GT2006-90495. ISBN 0-7918-4236-3. Dostupné z: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1589701>
- [6] CASSIDY, J. J. a Henry T. F. Observations of unsteady flow arising after vortex breakdown. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. 1970, **41**(4), 727-736 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1017/S0022112070000873. ISSN 0022-1120. Dostupné z: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112070000873/type/journal_article
- [7] DELBENDE, I, J, CHOMAZ a P, HUERRE. Absolute/convective instabilities in the Batchelor vortex: a numerical study of the linear impulse response. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. **355**, 229-254 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1017/S0022112097007787. ISSN 00221120. Dostupné z: <http://www.journals.cambridge.org/abstract/S0022112097007787>
- [8] DENG, Q. a I. GURSUL. Effect of leading-edge flaps on vortices and vortex breakdown. *Journal of Aircraft* [online]. 1996, **33**(6), 1079-1086 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.2514/3.47060. ISSN 0021-8669. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.47060>

- [9] DÖRFLER, P. M. SICK a A. COUTU. *Flow-induced pulsation and vibration in hydroelectric machinery: engineer's guidebook for planning, design and troubleshooting*. New York: Springer, [2013]. ISBN 978-1-4471-4251-5.
- [10] EKATERINARIS, J. A., R. L. COUTLEY, Lewis B. SCHIFF a M. F. PLATZER. Numerical investigation of high incidence flow over a double-delta wing. *Journal of Aircraft* [online]. 1995, **32**(3), 457-463 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.2514/3.46742. ISSN 0021-8669. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.46742>
- [11] ESCUDIER, M. P. a N. ZEHNDER. Vortex-flow regimes. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. 1982, **115**(-1) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1017/S0022112082000676. ISSN 0022-1120. Dostupné z: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112082000676
- [12] ESCUDIER, M. Vortex breakdown: Observations and explanations. *Progress in Aerospace Sciences* [online]. 1988, **25**(2), 189-229 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1016/0376-0421(88)90007-3. ISSN 03760421. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0376042188900073>
- [13] ESCUDIER, M. Confined Vortices in Flow Machinery. *Annual Review of Fluid Mechanics* [online]. 1987, **19**(1), 27-52 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1146/annurev.fl.19.010187.000331. ISSN 0066-4189. Dostupné z: <http://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.fl.19.010187.000331>
- [14] FALER, J. H. a S. LEIBOVICH. Disrupted states of vortex flow and vortex breakdown. *Physics of Fluids* [online]. 1977, **20**(9) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1063/1.862033. ISSN 00319171. Dostupné z: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.862033>
- [15] GUMMER, J a T NEIDHART. *High part-load fluctuations in Francis turbines and the applicability of model test data* [online]. SEVILLA, 2017 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/320811497_High_part-load_fluctuations_in_Francis_turbines_and_the_applicability_of_model_test_data
- [16] GURSUL, I. Effect of Nonaxisymmetric Forcing on a Swirling Jet With Vortex Breakdown. *Journal of Fluids Engineering* [online]. 1996, **118**(2) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1115/1.2817379. ISSN 00982202. Dostupné z: <http://FluidsEngineering.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1428163>
- [17] HARVEY, J. K. Some observations of the vortex breakdown phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. 1962, **14**(04) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1017/S0022112062001470. ISSN 0022-1120. Dostupné z: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112062001470

- [18] HALL, M G. Vortex Breakdown. *Annual Review of Fluid Mechanics* [online]. 1972, **4**(1), 195-218 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1146/annurev.fl.04.010172.001211. ISSN 0066-4189. Dostupné z: <http://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.fl.04.010172.001211>
- [19] HALL, M. G. A new approach to vortex breakdown(Vortex breakdown treated as failure of quasi- cylindrical approximation for viscous axisymmetric flow). *1967 HEAT TRANSFER AND FLUID MECHANICS INST, U. OF CALIFORNIA, LA JOLLA, CALIF*, 1967, 319-340
- [20] HERRADA, M. A a V. SHTERN. Control of vortex breakdown by temperature gradients. *Physics of Fluids* [online]. 2003, **15**(11), 3468-3477 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1063/1.1613646. ISSN 1070-6631. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1613646>
- [21] HUSAIN, H. S., V. SHTERN a F. HUSSAIN. Control of vortex breakdown by addition of near-axis swirl. *Physics of Fluids* [online]. 2003, **15**(2), 271-279 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1063/1.1530161. ISSN 1070-6631. Dostupné z: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1530161>
- [22] ILIESCU, M. S., G. D. CIOCAN a F. AVELLAN. Analysis of the Cavitating Draft Tube Vortex in a Francis Turbine Using Particle Image Velocimetry Measurements in Two-Phase Flow. *Journal of Fluids Engineering* [online]. 2008, **130**(2) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1115/1.2813052. ISSN 00982202. Dostupné z: <http://FluidsEngineering.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1478091>
- [23] KOUTNIK, J, P RUDOLF, K KRUEGER, F POCHYLY a V HABÁN. On cavitating vortex rope form stability during Francis turbine part load operation. In: *IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems, Barcelona, Spain*. 2006.
- [24] KOZÁK, J. Vírový cop při nadoptimálním průtoku Francisovou turbínou. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 125 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D..
- [25] KRAUSE, E. A contribution to the problem of vortex breakdown. *Computers & Fluids* [online]. 1985, **13**(3), 375-381 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1016/0045-7930(85)90008-8. ISSN 00457930. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0045793085900088>
- [26] KRÖNER, M, J. FRITZ a T. SATTELMAYER. Flashback Limits for Combustion Induced Vortex Breakdown in a Swirl Burner. In: *Volume 1: Turbo Expo 2002* [online]. ASME, 2002, 2002, s. 413-422 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1115/GT2002-30075. ISBN 0-7918-3606-1. Dostupné z: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1574726>

- [27] LEIBOVICH, S. The Structure of Vortex Breakdown. *Annual Review of Fluid Mechanics* [online]. 1978, **10**(1), 221-246 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1146/annurev.fl.10.010178.001253. ISSN 0066-4189. Dostupné z: <http://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.fl.10.010178.001253>
- [28] LEIBOVICH, S. Vortex stability and breakdown - Survey and extension. *AIAA Journal* [online]. 1984, **22**(9), 1192-1206 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.2514/3.8761. ISSN 0001-1452. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.8761>
- [29] LEIBOVICH, S. Wave Propagation, Instability, and Breakdown of Vortices. [online]. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1982, 1982, s. 50-67 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1007/978-3-663-13883-9_4. ISBN 978-3-528-08536-0. Dostupné z: http://link.springer.com/10.1007/978-3-663-13883-9_4
- [30] LEIBOVICH, S. a K. STEWARTSON. A sufficient condition for the instability of columnar vortices. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. 1983, **126**(-1) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1017/S0022112083000191. ISSN 0022-1120. Dostupné z: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112083000191
- [31] LOWSON, M. V. a A. J. RILEY. Vortex breakdown control by delta wing geometry. *Journal of Aircraft* [online]. 1995, **32**(4), 832-838 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.2514/3.46798. ISSN 0021-8669. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.46798>
- [32] LUCCA-NEGRO, O a T O'DOHERTY. Vortex breakdown: a review. *Progress in Energy and Combustion Science* [online]. 2001, **27**(4), 431-481 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1016/S0360-1285(00)00022-8. ISSN 03601285. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360128500000228>
- [33] MCCORMICK, S. a I. GURSUL. Effect of shear-layer control on leading-edge vortices. *Journal of Aircraft* [online]. 1996, **33**(6), 1087-1093 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.2514/3.47061. ISSN 0021-8669. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.47061>
- [34] MELICHAR, J, J VOJTEK a J BLÁHA. *Malé vodní turbíny: konstrukce a provoz*. Praha: ČVUT, 1998. ISBN 80-010-1808-3.
- [35] MITCHELL, A. M a J. DÉLERY. Research into vortex breakdown control. *Progress in Aerospace Sciences* [online]. 2001, **37**(4), 385-418 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1016/S0376-0421(01)00010-0. ISSN 03760421. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0376042101000100>

- [36] NISHI, M., X. M. WANG, K. YOSHIDA, T. TAKAHASHI a T. TSUKAMOTO. An Experimental Study on Fins, Their Role in Control of the Draft Tube Surging. CABRERA, E., V. ESPERT a F. MARTÍNEZ, ed. *Hydraulic Machinery and Cavitation* [online]. Dordrecht: Springer Netherlands, 1996, 1996, s. 905-914 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1007/978-94-010-9385-9_92. ISBN 978-94-010-9387-3. Dostupné z: http://link.springer.com/10.1007/978-94-010-9385-9_92
- [37] PASCHE, S., F. GALLAIRE a F. AVELLAN. Predictive control of spiral vortex breakdown. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. 2018, **842**, 58-86 [cit. 2019-05-20]. DOI: 10.1017/jfm.2018.124. ISSN 0022-1120. Dostupné z: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112018001246/type/journal_article
- [38] PAPILLON, B. *Methods for air admission in hydro turbines* [online]. Lausanne, Switzerland, 2002 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Michel-Sabourin2/publication/268031995_METHODS_FOR_AIR_ADMIS-SION_IN_HYDROTURBINES/links/583c537508ae3cb6365565c2/METHODS-FOR-AIR-ADMISSION-IN-HYDROTURBINES.pdf
- [39] PARKER, A. G. Aerodynamic characteristics of slender wings with sharp leading edges - A review. *Journal of Aircraft* [online]. 1976, **13**(3), 161-168 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.2514/3.44517. ISSN 0021-8669. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.44517>
- [40] PECKHAM, D H a S A ATKINSON. *Preliminary results of low speed wind tunnel tests on a gothic wing of aspect ratio 1.0* [online]. 1957 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: <http://naca.central.cranfield.ac.uk/reports/arc/cp/0508.pdf>. Royal aircraft establishment
- [41] RAFFEL, M, C. E. WILLERT a J. KOMPENHANS. *Particle Image Velocimetry* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1998 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1007/978-3-662-03637-2. ISBN 978-3-662-03639-6.
- [42] RAO, D M. *Leading edge vortex-flap experiments on a 74 deg delta wing* [online]. 1979 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19800002792>
- [43] RAYLEIGH, L. On the Dynamics of Revolving Fluids. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* [online]. 1917, **93**(648), 148-154 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1098/rspa.1917.0010. ISSN 1364-5021. Dostupné z: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rspa.1917.0010>
- [44] SUSAN-RESIGA, R, et al. Jet control of the draft tube vortex rope in Francis turbines at partial discharge. In: *Proceedings of the 23rd IAHR Symposium on hydraulic machinery and systems*. Yokohama Japan, 2006. p. 17-21.
- [45] SARPKAYA. On stationary and travelling vortex breakdowns. *Journal of Fluid Mechanics* [online]. 1971, **45**(3), 545-559 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1017/S0022112071000181.

- ISSN 0022-1120. Dostupné z: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112071000181/type/journal_article
- [46] SARPKEYA. Vortex Breakdown in Swirling Conical Flows. *AIAA Journal* [online]. 1971, 9(9), 1792-1799 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.2514/3.49981. ISSN 0001-1452. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.49981>
- [47] SHI, X. *Numerical simulation of vortex breakdown* [online]. 1985 [cit. 2019-05-20]. Dostupné z: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19860012318>
- [48] SKRIPKIN, S, M TSOY, S SHTORK a K HANJALIĆ. Comparative analysis of twin vortex ropes in laboratory models of two hydro-turbine draft-tubes. *Journal of Hydraulic Research* [online]. 2016, 54(4), 450-460 [cit. 2019-05-20]. DOI: 10.1080/00221686.2016.1168325. ISSN 0022-1686. Dostupné z: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00221686.2016.1168325>
- [49] SPALL, R. E., T. B. GATSKI a C. E. GROSCHE. A criterion for vortex breakdown. *Physics of Fluids* [online]. 1987, 30(11) [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1063/1.866475. ISSN 00319171. Dostupné z: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.866475>
- [50] SQUIRE, H B. *Analysis of the vortex breakdown phenomenon* [online]. 1960 [cit. 2019-05-20]. Imperial College of Science and Technology, Aeronautics Department.
- [51] STONE, C. a S. MENON. Swirl control of combustion instabilities in a gas turbine combustor. *Proceedings of the Combustion Institute* [online]. 2002, 29(1), 155-160 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1016/S1540-7489(02)80024-4. ISSN 15407489. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1540748902800244>
- [52] U. UMEH, C. O., Z. RUSAK, E. GUTMARK, R. VILLALVA a D. CHA. Experimental and Computational Study of Nonreacting Vortex Breakdown in a Swirl-Stabilized Combustor. *AIAA Journal* [online]. 2010, 48(11), 2576-2585 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.2514/1.J050393. ISSN 0001-1452. Dostupné z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.J050393>
- [53] THICKE, R. H. *Practical solutions for draft tube instability* [online]. 1981 [cit. 2019-05-20].
- [54] XUNGANG, S. a S. XIAOWEN. Relation between the quasi-cylindrical approximation and the critical classification for swirling flow. *Acta Mechanica Sinica* [online]. 1987, 3(4), 304-314 [cit. 2019-05-03]. DOI: 10.1007/BF02486816. ISSN 0567-7718. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/BF02486816>

Seznam symbolů

C	relativní rychlost šíření vlny
C_-	rychlost šíření vlny proti proudu
C_+	rychlost šíření vlny po proudu
D	poloměr nebo průměr potrubí
D_e	šířka vstupního průměru
h	poměr výšky a poloměru válce
H	výška válce
L	délka potrubí
Q	průtok
$p_w - p_a$	změna velikost tlaku na proudnici
R	poloměr potrubí
Re	Reynoldsovo číslo
t	šířka vstupního kanálu
T_{top}	teplota vrchního víka
T_{bot}	teplota spodního víka
u	unášivá rychlost
z	výška válce
ε	koeficient teplotního gradientu
ν	kinematická viskozita
ω	rychlost šíření vlny
Ω	vírové číslo